УДК 53

# Релятивистская динамика точки как эмерджентное явление в системе стоячих волн*

*А.И. Гончаров*

Алтайский государственный университет (Барнаул, Россия)

# Relativistic Dynamics of a Point as an Emergent Phenomenon in a Standing Wave System

*A.I. Goncharov*

Altai State University (Barnaul, Russia)

В результате исследования релятивистской кинематики получена формула для закона колебаний $U(x,t) = \cos\Phi^{(1)}(x,t)\cos S(x,t)$ бесконечной струны, при котором обеспечивается движение фазы $\Phi^{(1)} = 0$ по произвольному заданному закону $x = X(t)$ ($|v| < c$, где $v = \dot{X}$; $c$ — скорость звука). С помощью этой формулы прослеживается возникновение законов одномерной релятивистской динамики материальной точки. Показано, что функция $S(x,t)$ является решением уравнения Гамильтона — Якоби и может рассматриваться как действие «частицы», отождествляемой с фазой $\Phi^{(1)} = 0$. Показано, что движение этой фазы происходит как бы под действием потенциала $V(x,t) = \dot{p}(t)(X(t) - x)$ (где $p$ — импульс, соответствующий скорости $v$) и подчиняется уравнению Ньютона и уравнениям Гамильтона. Показано, что функция $\Psi = \exp(iS)$ является решением уравнения Шредингера с релятивистским гамильтонианом, в котором сделано формальное разложение оператора $\sqrt{-c^2\nabla^2 + m^2c^4}$ в ряд, и содержащим потенциал $V(x,t)$. В нерелятивистском случае, когда скорость «частицы» $v \ll c$, это уравнение совпадает с обычным уравнением Шредингера. Отмечена связь релятивистского уравнения с одномерным уравнением Дирака при отсутствии магнитного поля в представлении Фолди — Ваутхайзена. Обсуждается возможность введения объектов, имеющих сложную структуру, в рамках линейной волновой модели.

***Ключевые слова:*** специальная теория относительности, стоячие волны, динамика, квантовая механика.

In this paper, problems of relativistic kinematics are studied, and a formula of infinite string oscillations $U(x,t) = \cos\Phi^{(1)}(x,t)\cos S(x,t)$ with the phase motion $\Phi^{(1)} = 0$ in accordance with the arbitrarily given law $x = X(t)$ ($|v| < c$, where $v = \dot{X}$; $c$ is the sound velocity) is obtained. The obtained formula allows us to trace the emergence of one-dimensional relativistic dynamics laws for a material point. It is shown that $S(x,t)$ is a solution of Hamilton — Jacobi equation and can be considered as the action of the «particle» with $\Phi^{(1)} = 0$ phase. The phase motion is likely to be influenced by the potential $V(x,t) = \dot{p}(t)(X(t) - x)$ (where $p$ is a momentum of the velocity $v$), and obeys the Newton equation and the Hamilton equations. The function $\Psi = \exp(iS)$ is a solution of the Schrodinger equation with a relativistic Hamiltonian operator with the potential $V(x,t)$, in which the operator $\sqrt{-c^2\nabla^2 + m^2c^4}$ is expanded into series. In a non-relativistic case with the particle speed $v \ll c$, this equation coincides with the normal Schrodinger equation. It is demonstrated that the relativistic equation is linked with the one-dimensional Dirac equation in the Foldy — Wouthuysen representation under condition of magnetic field absence. Further, the possibility of complex structure objects introduction in the framework of a linear wave model is investigated.

***Key words:*** special relativity, standing waves, dynamics, quantum mechanics.

**DOI 10.14258/izvasu(2015)1.1-02**

**Введение.** Многие успехи физики дискретной материи были достигнуты в результате анализа волновых процессов. Исходя из ковариантности волновых уравнений были выведены преобразования Лоренца [1; 2]. Еще Гамильтоном была установлена связь законов движения материальной точки и распространения волн [3]. В дальнейшем эта связь послужила одним из источников для гипотезы де Бройля о волнах материи [4]

*Работа выполнена при частичной поддержке Программы стратегического развития Алтайского госуниверситета (НОК-2, подпроект 2.1.2.1).

и создания волновой механики Шредингера [5]. Перспективными теориями в физике элементарных частиц являются теория струн [6] и теория солитонов [7].

В работе [4] де Бройль рассмотрел задачу согласования квантового соотношения $E = h\nu$ с релятивистскими соотношениями $E = mc^2/\sqrt{1-(v/c)^2}$ и $\Delta t_0 = \Delta t\sqrt{1-(v/c)^2}$. Для разрешения возникающего при этом парадокса он предположил, что частица, движущаяся со скоростью $v$, всегда сопровождается нематериальной монохроматической волной $\Psi$, бегущей со скоростью $c^2/v > c$ («фазовая волна»), которая составляет с частицей единое целое. Он показал, что групповая скорость пакета фазовых волн равна скорости частицы $v$. В последующих работах он показал, что фаза этой волны подчиняется уравнению Гамильтона — Якоби, установив тем самым связь фазы с действием частицы $S$, в том числе и при наличии внешних полей [8], и вывел релятивистское волновое уравнение (уравнение Клейна — Гордона — Фока). Таким образом, для объяснения релятивистских и квантовых (в смысле волновых) закономерностей следовало построить модель материального носителя фазовой волны. Такие попытки были предприняты де Бройлем и Д. Бомом в теории волны-пилота [9].

В работе [10] в составе сложной модели были рассмотрены движущиеся стоячие волны, которые возникают в упругой среде при сложении двух встречных гармонических волн с одинаковыми амплитудами, но разными частотами; оказалось, что один из сомножителей функции, описывающей эту волну, соответствует фазовой волне де Бройля. В работах [11–13] было показано, что в системе стоячих волн естественным образом возникает релятивистская кинематика материальных точек. Независимо модель стоячих волн была предложена в наших работах [14–16] и сделаны аналогичные выводы. В настоящей статье с помощью метода стоячих волн прослеживается возникновение законов одномерной динамики материальной точки. В отличие от теорий волны-пилота, к числу которых относится и [10], в которых частица является в значительной степени самостоятельным объектом, наша модель основана на представлении, что все материальные объекты и процессы являются проявлением колебаний некоторой «упругой» среды (материального пространства).

**1. Равномерное движение.** Пусть по струне бегут две встречных волны с одинаковой амплитудой и частотой; складываясь, они создают стоячую волну $u(x,t) = \frac{1}{2}\cos k(x+ct) + \frac{1}{2}\cos k(x-ct) = \cos\varphi^{(1)}\cos\varphi$, где $\varphi^{(1)} = kx$, $\varphi = kct$, $c > 0$ — скорость звука, $k > 0$ — волновое число. Пусть в момент $t_0$ на струну оказано воздействие, в результате которого волна $u(x,t)$ была погашена и создана новая волна

$$\begin{aligned} U(x,t) &= \\ &= \frac{1}{2}\cos\{k(x_0+ct_0) + k[x-x_0+c(t-t_0)]/\delta\} + \\ &+ \frac{1}{2}\cos\{k(x_0-ct_0) + k[x-x_0-c(t-t_0)]\delta\} = \\ &= \cos\Phi^{(1)}\cos\Phi, \quad (1) \end{aligned}$$

где $\Phi^{(1)} = k\{x_0+\gamma[x-x_0-\beta c(t-t_0)]\}$, $\Phi = k\{ct_0+\gamma[c(t-t_0)-\beta(x-x_0)]\}$, $\delta > 0$, $\beta = (\delta^2-1)/(\delta^2+1)$, $\gamma = (\delta^2+1)/2\delta = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Это преобразование мы называем разделением (разведением) частот в момент $t_0$ относительно точки $x_0$. Значение функции $U$ в этой точке при разделении частот не изменилось: $U(x_0,t_0) = u(x_0,t_0)$. Не изменились также $x$-координата фазы $\Phi^{(1)}_{\text{ч}} = kx_0$ (в отличие от координаты любой другой фазы) и собственное время в точке $\Phi^{(1)}_{\text{ч}}$, определяемое «фазой колебаний» $\Phi$. Можно считать, что в малой окрестности точки $\Phi^{(1)}_{\text{ч}}$ гашение старой волны и создание новой не производилось.

В [14–16] мы рассматривали кинематику, и в связи с этим фазу $\Phi^{(1)}_{\text{ч}}$ называли «непрерывным наблюдателем». Сейчас мы рассматриваем динамические аспекты модели, в связи с чем будем называть эту фазу «частицей». Фазы $\Phi^{(1)} = const$ движутся с постоянной скоростью $v = \beta c$, т.е. частица $\Phi^{(1)}_{\text{ч}}$ — свободная. Так как $\beta = v/c$, то $\gamma$ имеет смысл лоренц-фактора. Перейдем к привычным обозначениям, в связи с чем $k/c = m$ будем называть массой, $ck\gamma = H$ — энергией, $k\beta\gamma = p$ — импульсом частицы. Для них справедливо релятивистское соотношение $H = \sqrt{c^2p^2+m^2c^4}$.

Для фазы $\Phi$ имеют место соотношения $\frac{\partial\Phi}{\partial t} = H$, $\frac{\partial\Phi}{\partial x} = -p$, откуда следует, что величина $-\Phi$ выполняет роль действия $S$ частицы, которое удовлетворяет уравнению Гамильтона — Якоби для свободной частицы $\frac{\partial S}{\partial t} + \sqrt{c^2(\frac{\partial S}{\partial x})^2+m^2c^4} = 0$. В этих формулах координата $x$ является независимой переменной; законы же движения фиксированных фаз $\Phi^{(1)}$ получаются в результате решения характеристических уравнений (уравнений Гамильтона) [17] $\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}$, $\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}$. Так как $H = \sqrt{c^2p^2+m^2c^4}$, то $\dot{p} = 0$, т.е. $p = const$; тогда $v = const$. Вычислив производную, находим $\frac{\partial H}{\partial p} = v$, и 1-е уравнение Гамильтона принимает вид $\dot{x} = v$, откуда находим семейство характеристик $x(t) = vt + const$. Так как для фазы $\Phi^{(1)}_{\text{ч}}$ (т.е. для частицы) $x(t_0) = x_0$, то ее закон движения $x(t) = x_0 + v(t-t_0)$.

Функция $\Psi(x,t) = \cos\Phi$ соответствует фазовой волне де Бройля [10; 13; 14]; она удовлетворяет уравнению Клейна — Гордона — Фока (если пользоваться системой единиц, в которой постоянная Планка $\hbar = 1$): $\frac{1}{c^2}\Psi_{tt} - \Psi_{xx} + m^2c^2 = 0$, что было установлено еще самим де Бройлем. В связи с этим будем называть $\Psi(x,t)$ волновой функцией частицы. Однако в рассматриваемой модели отсутствует вероятностная трактовка этой функции, поэтому аналогия с квантовой механикой ограничена.

**2. Движение по произвольному закону.** Функция (1) образована в результате однократного разделения частот. Будем выполнять разделение частот непрерывно, причем в каждый момент — относительно той точки, в которой находится фаза $\Phi_{ч}^{(1)} = 0$, которую мы называем «частицей». В момент $t_0 = 0$ она находилась в точке $x_0 = 0$. В результате получим функцию [15; 16]

$$U(x,t) = \cos\Phi^{(1)}\cos\Phi, \qquad (2)$$

где

$$\Phi^{(1)}(x,t) = mc\gamma(t)\left[\int\limits_0^t v(\tau)d\tau - x\right],$$

$$\Phi(x,t) = \\ = mc^2\int\limits_0^t \sqrt{1-\beta^2(\tau)}d\tau + p(t)\left[\int\limits_0^t v(\tau)d\tau - x\right]. \qquad (3)$$

Отметим, что $U(x,t)$ — отклонение струны от равновесия в произвольный момент времени $t$ в *произвольной* точке $x$, так что координата $x$ (так же как и время $t$) — независимая переменная; функции $\Phi(x,t)$, $\Psi(x,t) = \cos\Phi(x,t)$ описывают некоторое поле. Однако в ходе построения закона колебаний струны $U(x,t)$ в функции $\Phi$, $\Psi$ был заложен закон $x_ч(t) = \int\limits_0^t v(\tau)d\tau$ движения фазы $\Phi_ч^{(1)}$. Так как это движение, вообще говоря, неравномерное, то можно предположить, что для частицы-фазы существуют понятия и законы, аналогичные известным понятиям и законам динамики. Информацию о них нужно искать в функциях $\Phi$, $\Psi$. Подберем уравнение, которому удовлетворяет функция $S = -\Phi$. Необходимо иметь в виду, что $\beta(t)$, $v(t)$, $p(t)$ — *известные* функции времени, поскольку они определяются заданным законом $\delta = \delta(t)$ разделения частот. Вычислим частные производные $\frac{\partial S}{\partial t}$ при $x = const$ и $\frac{\partial S}{\partial x}$ при $t = const$. Так как $p$ зависит только от $t$, то $\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{dp}{dt} = \dot{p}$ (для $v(t)$ — аналогично). В результате находим

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = mc^2\sqrt{1-\beta^2} + pv + V(x,t) = \\ = \sqrt{c^2p^2 + m^2c^4} + V(x,t), \qquad (4)$$

где

$$V(x,t) = \dot{p}(t)\left[\int\limits_0^t v(\tau)d\tau - x\right]. \qquad (5)$$

Очевидно, $\frac{\partial S}{\partial x} = p$. Подставив эту производную вместо $p$ в (4), получим уравнение для функции $S(x,t)$:

$$-\frac{\partial S}{\partial t} = \sqrt{c^2\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + m^2c^4} + V(x,t). \qquad (6)$$

Из структуры этого уравнения следует, что это — уравнение Гамильтона — Якоби [17], а $S$ — действие некоторой частицы. Известно, что характеристическими уравнениями для (6), которым подчиняется движение частицы, являются уравнения Гамильтона

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial p}, \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \qquad (7)$$

где гамильтониан $H$ — это, по определению, правая часть уравнения (4):

$$H(p,x,t) = \sqrt{c^2p^2 + m^2c^4} + V(x,t). \qquad (8)$$

Поэтому $V(x,t)$ — силовая функция (для краткости — «потенциал»). Отметим, что в точке $x = \int\limits_0^t v(\tau)d\tau$ потенциал $V = 0$, что обусловлено подвижным началом его отсчета; градиент же его отличен от нуля. Из (5) следует уравнение Ньютона

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = \dot{p}. \qquad (9)$$

Найдем решение характеристических уравнений. Второе из уравнений (7) удовлетворяется тождественно. Продифференцировав (8), найдем $\frac{\partial H}{\partial p} = v$. Тогда первое уравнение принимает вид $\dot{x} = v(t)$, откуда находим семейство характеристик $x = \int\limits_0^t v(\tau)d\tau + const$. Характеристика, удовлетворяющая начальному условию $x(0) = 0$, соответствует закону движения $x_ч(t) = \int\limits_0^t v(\tau)d\tau$ частицы-фазы $\Phi_ч^{(1)}$. Значит, движение этой частицы подчиняется динамическим законам (6), (7), (9).

Подведем итог: при воздействии на струну, которое приводит к непрерывному разделению частот, фаза, относительно которой производится это разделение, движется как бы под действием силы согласно законам релятивистской динамики нашего мира.

**3. Функция $\Psi(x,t)$ и уравнения квантовой механики.** Вместо струны, колеблющейся в одной плоскости, рассмотрим вращающуюся струну. С точки зрения внешней геометрии отклонение от равновесия представляет собой вектор $\vec{u}$ в плоскости $YZ$, перпендикулярной струне.

Пусть оси $X$, $Y$, $Z$ образуют правую тройку. Вместо вектора используем комплексную функцию $u$, такую, что $\mathrm{Re}\, u$ и $\mathrm{Im}\, u$ равны (для внешнего наблюдателя) проекциям вектора $\vec{u}$ соответственно на оси $Y$, $Z$. О поляризованных волнах и комплексных волновых функциях см., например, [18]. С внутренней точки зрения использование комплексной функции вместо вектора $\vec{u}$ естественно, так как для «волновых» наблюдателей, живущих на струне (см.: [14—16]), пространство одномерно.

Пусть исходная стоячая волна $u(x,t)$ поляризована по кругу вдоль $+x$ или $-x$:

$$u(x,t)_\pm = \frac{1}{2}[e^{\pm ik(x+ct)} + e^{\mp ik(x-ct)}] = (\cos kx)e^{\pm ikct}.$$

В результате разделения частот в момент $t = 0$ относительно точки $x = 0$ получается функция

$$U(x,t)_\pm = [\cos k\gamma(x - \beta ct)]e^{\pm ik\gamma(ct-\beta x)}.$$

В случае непрерывного разделения частот вместо (2) получим $U(x,t)_\pm = \Psi^{(1)}\Psi_\pm$, где $\Psi^{(1)} = \cos\Phi^{(1)}$, $\Psi_\pm = e^{\pm i\Phi}$, где $\Phi$ определяется формулой (3). Функции $\Psi = \Psi_- = e^{-i\Phi}$ и $\Psi^* = e^{i\Phi}$ строго удовлетворяют уравнениям Шредингера (в системе единиц $\hbar = 1$)

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi, \qquad -i\frac{\partial\Psi^*}{\partial t} = \hat{H}\Psi^* \tag{10}$$

с релятивистским гамильтонианом

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + V(x,t),$$

где

$$\hat{H}_0 = \sqrt{-c^2\nabla^2 + m^2c^4} = \\ = mc^2\left[1 + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\prod\limits_{k=0}^{n}(k-\frac{1}{2})}{(n+1)!(mc)^{2n+2}}\nabla^{2n+2}\right],$$

$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}$, и силовой функцией $V(x,t)$, определяемой формулой (5). Для проверки уравнений (10) следует после вычисления производных $\nabla\Psi = ip\Psi$ просуммировать ряд формально, независимо от того, выполняется или нет условие сходимости; это приводит к $\hat{H}_0\Psi = \sqrt{c^2p^2 + m^2c^4}\Psi$. Согласно [19], использованное разложение $\hat{H}_0$ известно и применяется в нелокальных теориях.

Тот факт, что в данной модели волновая функция $\Psi$ однозначно связана с классическим действием $S$ посредством формулы $\Psi = \exp(iS)$, объясняется тем, что зависимость $S$ от $x$ линейна, так что $\nabla^2 S = 0$. Несмотря на это, классический закон движения точки $\Phi^{(1)} = 0$, $x = \int\limits_0^t v(\tau)d\tau$, который неявно содержится в $S(x,t)$, может быть как угодно сложным.

Если $|\beta(t)| \ll 1 \forall t$, то $mc^2\sqrt{1-\beta^2} = mc^2 - mv^2/2$, $p = mv$, $\hat{H}_0 = mc^2 - \frac{1}{2m}\nabla^2$, и получаем, что функция

$$\psi = e^{imc^2t}\Psi = \exp\left\{i\left[\int\limits_0^t \frac{1}{2}mv^2(\tau)d\tau - \right.\right. \\ \left.\left. -mv(t)[\int\limits_0^t v(\tau)d\tau - x]\right]\right\}$$

удовлетворяет уравнению Шредингера (в системе единиц $\hbar = 1$)

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{1}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V(x,t)\psi$$

с потенциалом

$$V(x,t) = m\dot{v}(t)[\int\limits_0^t v(\tau)d\tau - x].$$

Этот потенциал содержит функцию $x_ч(t) = \int\limits_0^t v(\tau)d\tau$, которая представляет собой классический закон движения частицы, находившейся в момент $t = 0$ в точке $x = 0$.

Учтем в разложении $\hat{H}_0$ третье слагаемое и сравним полученное уравнение с уравнением Дирака для одномерного случая при нулевом векторном потенциале в представлении Фолди — Ваутхайзена с учетом членов до $\sim 1/m^3$ [19]. В этом случае уравнение Дирака распадается на четыре отдельных уравнения, два из которых независимы:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi^{(\pm)} = \pm(mc^2 - \frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 - \frac{\hbar^4}{8m^3c^2}\nabla^4)\psi^{(\pm)} + \\ + V\psi^{(\pm)} + \frac{\hbar^2}{8m^2c^2}(\nabla^2 V)\psi^{(\pm)}; \tag{11}$$

здесь $V = e\varphi$, $e$ — заряд электрона, $\varphi$ — скалярный потенциал. При подстановке потенциала (5), для которого $\nabla^2 V = 0$, в первое из уравнений (11), которое описывает состояния с положительной энергией, оно превращается (при $\hbar = 1$) в первое из уравнений (10) в указанном приближении для $\hat{H}_0$.

**4. Скрытые структуры [16].** Реальные физические системы имеют сложную структуру. Для «нас», внешних наблюдателей, кажется естественным связывать существование структур в колеблющейся среде с наличием стабильных локализованных профилей, например таких, которые встречаются у солитонов. В теории двойного решения Л. де Бройля [20] частицы отождествляются с сингулярностями волн. Отметим возможность введения в рамках линейной модели структур другого, более простого и в то же время более абстрактного типа. Эти структуры образованы конфигурациями фаз типа $\Phi^{(1)}$ движущихся гармонических стоячих волн, у которых одна и та же скорость $\beta c$, но разные частоты. Рассмотрим следующий простой пример. Пусть на струне существуют две движущиеся стоячие волны, $Y_i = \sin k_i\gamma(x - \beta ct)\cos k_i\gamma(ct - \beta x)$, $i = 1, 2$, причем волновые числа $k_i$ таковы, что их отношение иррационально. Рассмотрим суперпозицию этих волн $Y = Y_1 + Y_2$. Нуль функции $Y$, движущийся по закону $x = \beta ct$, выделяется тем, что, во-первых, он является нулем обеих функций $Y_1$, $Y_2$, в связи с чем назовем его двойным нулем; других нулей с таким свойством нет. Уже поэтому можно сказать, что волна $Y$ содержит уникальный, а поэтому и локализованный элемент. Во-вторых, он — единственный нуль функции $Y$, который существует постоянно. Двойной нуль доступен для непосредственного наблюдения, в том числе и для внешних наблюдателей. Теперь рассмотрим пару каких-нибудь двух других близко расположенных нулей функций $Y_1, Y_2$. Расстояние между ними постоянно и уникально, и такая пара тоже представляет собой выделенный объект; наряду с нулями можно использовать и другие заранее заданные фазы. Увеличивая число слагаемых, можно получить любые устойчивые одномерные конфигурации, в которых может быть зашифрована любая информация; они и создают ту структуру, о которой идет речь. Этот подход к понятию структуры можно назвать информационным. Такие структуры являются скрытыми в том смысле, что их выявление требует применения гармонического анализа. Если волновые наблюдатели обладают способностью к такому анализу в режиме online, то структуры будут восприниматься ими непосредственно.

**Заключение.** Рассмотрены вынужденные колебания $U(x,t)$ бесконечной струны, при которых одна из фаз («частица») движется по заданному закону. Показано, что функция $U(x,t)$ содержит в себе действие $S(x,t)$ частицы, которое подчиняется уравнению Гамильтона — Якоби. На основе действия найден гамильтониан частицы-фазы и показано, что ее движение подчиняется второму закону Ньютона и уравнениям Гамильтона. Показано, что функция $\Psi(x,t) = \exp\{iS(x,t)\}$, которая входит в $U$ в виде сомножителя, является решением уравнения Шредингера с релятивистским гамильтонианом, в котором сделано формальное разложение оператора $\sqrt{-c^2\nabla^2 + m^2c^4}$. В рассмотренной модели аналогия между функцией $\Psi$ и обычной квантовомеханической волновой функцией является ограниченной; в частности, отсутствует ее вероятностная трактовка.

## Библиографический список


1. Voigt W. Ueber das Doppler'sche Princip // Göttinger Nachr. — 1887. — №8.

2. Лоренц Г.А. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света // Принцип относительности: сборник работ классиков релятивизма. — Л., 1935.

3. Гамильтон У.Р. Об общем методе представления путей света и планет частными производными характеристической функции // Избранные труды. — М., 1994.

4. Бройль Л. де. Исследования по теории квантов // Избранные научные труды. — Т. 1. — М., 2010.

5. Шредингер Э. Квантование как задача о собственных значениях // Избранные труды по квантовой механике. — М., 1976.

6. Поляков А.М. Калибровочные поля и струны. — Ижевск., 1999.

7. Рыбаков Ю.П., Санюк В.И. Многомерные солитоны. Введение в теорию и приложения. — М., 2001.

8. Broglie L. de. An Iintroduction to the Study of Wave Mechanics. — Methuen & Co. Ltd, 1930.

9. Holland P.R. The Quantum Theory of Motion: An Account of the de Broglie—Bohm Causal Interpretation of Quantum Mechanics. — Cambridge, 1993.

10. Zheng-Johansson J.X., Johansson P-I. Unification of Classical, Quantum and Relativistic Mechanics and of the Four Forces. — N.Y., 2006.

11. Иванов Г.П. Стоячая волна — верховный учитель физики [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.tts.lt/nara/stechwelle/stechwelle.htm (дата обращения: 24.4.2014).

12. German D.A. Special Relativity [Электронный ресурс]. — Режим доступа: http://www.relativity4u.com/index.html (дата обращения: 13.5.2014).

13. Shanahan D. A Case for Lorentzian Relativity // Foundations of Physics. — 2014. — Vol. 44, Issue 4.

14. Гончаров А.И. Стоячие волны как системы отсчета: классическая модель релятивистского пространства-времени // Известия Алтайского гос. ун-та. — 2013. — 1/2(77).

15. Гончаров А.И. Наглядная интерпретация релятивистской кинематики с помощью метода стоячих волн (часть 1) // Известия Алтайского гос. ун-та. — 2014. — 1/2(81).

16. Гончаров А.И. К проблеме наглядной интерпретации релятивистской кинематики : препринт АлтГУ. — Барнаул, 2014.

17. Багров В.Г., Белов В.В., Задорожный В.Н., Трифонов А.Ю. Методы математической физики. IV. Уравнения математической физики. — Томск, 2002.

18. Крауфорд Ф. Волны. — М., 1976.

19. Бьеркен Дж.Д., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория. — Т. 1. — М., 1978.

20. Бройль Л. де. Волновая механика и корпускулярная структура вещества и излучения // Избранные научные труды. — Т. I. — М., 2010.