УДК 512.545

Представление свободных *m*-произведений в классе *o*-аппроксимируемых *m*-групп автоморфизмами линейно упорядоченных множеств

С.В. Вараксин
АлтГУ, г. Барнаул

Как принято, монотонно упорядоченной группой (G,φ), или m-группой, будем называть алгебраическую систему G сигнатуры $m = \langle \cdot, e, ^{-1}, \vee, \wedge, \varphi \rangle$, являющуюся ℓ-группой, т.е. решеточно упорядоченной группой, и одноместная операция φ на которой это автоморфизм второго порядка группы G и антиизоморфизм решетки $\langle G, \vee, \wedge \rangle$. Для любых элементов $x, y \in G$ выполнены равенства:

$$\varphi(xy) = \varphi(x)\varphi(y), \qquad \varphi\big(\varphi(x)\big) = x$$

$$\varphi(x \vee y) = \varphi(x) \wedge \varphi(y), \qquad \varphi(x \wedge y) = \varphi(x) \vee \varphi(y)$$

Основные понятия и определения теории ℓ-групп описаны в книге [1]. В частности напомним, что ℓ-является группой по умножению и дистрибутивной решеткой, умножение дистрибутивно относительно решеточных операций

$$a(x \wedge y)b = axb \wedge ayb, \; a(x \vee y)b = axb \vee ayb,$$

и решеточные операции определяют на G решеточный порядок $x \leq y$ если $x \wedge y = x$ или, что то же самое, $x \vee y = y$.

Группы с решеточным порядком называются о-аппроксимируемыми, если они вложимы в декартово произведение линейно упорядоченных групп. Многообразие этих групп определяется тождеством $(x \wedge y^{-1} x^{-1}\, y) \vee e = e$. Далее будем рассматривать только такие ℓ-группы и m-группы.

Пусть G – группа с частичным порядком P и автоморфизмом второго порядка φ. Будем говорить, что порядок P реверсируется автоморфизмом φ, если из $x \leq_P y$ следует $\varphi(x) \leq_P \varphi(y)$, а пару (G,φ) называть частично упорядоченной (ч.у.) группой с реверсией.

Назовем также m-группу (F,φ) свободной над ч.у. группой с реверсией (G,φ), если (G,φ) вложима в (F,φ) и любой o-гомоморфизм $\alpha_0 \colon \mathrm{G} \to \mathrm{H}$, устойчивый относительно φ, продолжается до m-гомоморфизма $\alpha \colon \mathrm{G} \to \mathrm{H}$. Пусть $\{(G_i, \varphi_i)\}$ – множество o-аппроксимируемых m-групп, $G = \prod_i^* \mathrm{G\_i}$ – их свободное произведение в классе групп, φ – продолжение φ_i на G, а частичный порядок P на G порожден порядками на G_i. Пусть H– свободная o-аппроксимируемая m-группа над (G, φ). Тогда m-группы (G_i, φ_i) допускают o-вложения α_i в m-группу (H, φ), перестановочные с φ (но не ℓ-вложения). Обозначим через $J = \langle (\alpha_i(g)^-)^{-1} \wedge (\alpha_i(g))^+ | g \in G_i \rangle$ m-идеал m-группы (H, φ), а через F – фактор-группу H/J по этому m-идеалу.

Теорема. m-группа (F, φ) является свободным произведением m-групп $\{(G_i, \varphi_i)\}$ в классе o-аппроксимируемых m-групп.

Библиографический список

1. Kopytov V.M., Medvedev N.Ya. The theory of lattice-ordered groups. – Dordrecht; Boston, London: Kluwer Acad. Publ. – 1994. – 400 p.

2. Conrad P. Free Lattice-Ordered Groups // J. of Algebra. – 1970. – V.16. – P. 191–203.

3.Giraudet M., Rachůnek J. Varieties of half lattice ordered groups of monotonic permutations of chains // Czech. Math. J. – 1999. – V.49(124). – P. 743–766.

4. Holland C., Scrimger E. Free products of lattice-ordered groups // Algebra Univ. – 1972. – V.2. – P. 247–254.

5. Вараксин С.В. О свободных m-группах и свободных m-произведениях // Изв. АлтГУ. – 2013. – № 1. – С.16–18.

УДК 512.577

Инъективные мономиальные операторы Роты – Бакстера на свободной ассоциативной алгебре

В.Ю. Губарев

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск

В работе описаны инъективные мономиальные операторы Роты – Бакстера, заданные на свободной ассоциативной алгебре.

Ключевые слова: *оператор Роты – Бакстера, свободная ассоциативная алгебра, мономиальный оператор*.

Изучение операторов Роты – Бакстера является на данный момент бурно развивающейся областью современной алгебры. Для детального ознакомления с историей операторов Роты – Бакстера и основных результатов по ним мы отсылаем к монографии [3] и статье [2].