В данном изображении вершины $[u_1 + s_i u_2 + l_j u_3]$, $[u_2 + n_i u_3 + k_j v]$, $[u_3 + m_i v]$ это группы вершин графа $\Gamma(S/\sim)$, причем пунктирные ребра означают смежность вершин графа при выполнение некоторых условий, указанных внизу рисунка.

Данная работа продолжает исследования, начатые в [3]. Цель исследований – построить графы делителей нуля коммутативных колец порядка p^{6r} (для колец порядка p^{5r} задача решена в [4]). Этот результат, как пример, важен для актуальной в настоящее время тематике по классификации конечных колец, удовлетворяющих некоторому условию на их графы делителей нуля.

Библиографический список

1. Raghavendran R. Finite associative rings // Compositio Math. – 969. – V. 21. – P. 195–229.

2. Zhuravlev E.V. On the classification of finite commutative local rings // Siberian Electronic Mathematical Reports. – 2006. – № 3. – С. 15–29.

3. Журавлев Е.В., Монастырева А.С. О графах делителей нуля коммутативных локальных колец // Математики – Алтайскому краю: сборник трудов всероссийской конференции по математике. – Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2018. – С. 11-13.

4. Bloomfield N. The zero divisor graphs of commutative local rings of order p^4 and p^5, Communication in Algebra. – 2013. – V. 41. – 765–775.

УДК 512.552.4

Об одном минимальном ненулевом *L*-многообразии над полем из трех элементов

А.В. Кислицин

Алтайский государственный педагогический университет, г. Барнаул

В работе строится пример минимального ненулевого *L*-многообразия векторных пространств над полем *GF*(3).

Ключевые слова: *мультипликативное векторное пространство, тождество мультипликативного векторного пространства, L-многообразие, минимальное ненулевое L-многообразие.*

Пусть F – некоторое поле, E – векторное пространство над полем F, являющееся подпространством ассоциативной -алгебры A, причем A порождается пространством E как алгебра. В этом случае также будем говорить, что E вложено в алгебру A.

Тождеством векторного пространства E назовем ассоциативный многочлен, который обращается в нуль в алгебре A при подстановке вместо переменных элементов пространства E. В этом случае также говорят о тождествах пары (A, E).

Класс всех векторных пространств, вложенных в ассоциативные алгебры и удовлетворяющих всем тождествам пространства E, будем называть L-многообразием, порожденным пространством E, и обозначать $Var_L E$.

L-многообразие $\mathcal{M}$ назовем минимальным ненулевым L-многообразием (относительно включения) или атомом, если для любого L-многообразия $\mathcal{N}$ из включения $\mathcal{N} \subseteq \mathcal{M}$ следует, что либо $\mathcal{M} = \mathcal{N}$, либо $\mathcal{N}$ – нулевое L-многообразие.

А. Тарский показал, что атомы в классе колец порождаются либо простым полем $GF(p)$, либо кольцом с нулевым умножением [1]. Автором статьи в [2] получено описание атомов в классе L-многообразий векторных пространств над полем $GF(2)$. А именно, доказано, что L-многообразие мультипликативных векторных пространств над полем $GF(2)$ является атомом тогда и только тогда, когда оно совпадает с одним из L-многообразий $\mathcal{M}_0$, $\mathcal{M}_1$, $\mathcal{M}_{p(x)}$, где

$$\mathcal{M}_0 = Var_L\langle xy = 0\rangle,\ \mathcal{M}_1 = Var_L\langle [x, y] = 0,\ x^2 + x = 0\rangle,$$

$$\mathcal{M}_{p(x)} = Var_L\langle [x, y] = 0,\ x^2 y = xy^2, x \cdot p(x) = 0\rangle,$$

$p(x)$ – многочлен степени не меньшей 2, неприводимый над $GF(2)$.

В настоящей работе приводится пример атома из серии $\mathcal{M}_{p(x)}$ над полем $GF(3)$.

Теорема. L-многообразие

$$\mathcal{M} = Var_L\langle [x, y] = 0, \quad x^3 y = xy^3,\ x^4 + x^3 + x^2 + x = 0\rangle$$

мультипликативных векторных пространств над полем $GF(3)$ является минимальным ненулевым L-многообразием.

Стоит отметить, что L-многообразие $\mathcal{M}_0 = Var_L\langle xy = 0\rangle$ также будет являться атомом в случае поля $GF(3)$, а вместо $\mathcal{M}_1$ атомом будет L-многообразие $\mathcal{M}_2 = Var_L\langle [x, y] = 0,\ x^3 - x = 0\rangle$. По аналогии с L-многообразием из формулировки теоремы может быть построена бесконечная серия атомов подобно тому, как это сделано в случае поля $GF(2)$.

Библиографический список

1. Tarski A. Equationally complete rings and relation algebras // Proc. Konninkl. Akad. Wetensch. 1956. Vol. 59. 1, pp. 39–46.
2. Кислицин А.В. Описание минимальных ненулевых L-многообразиях векторных пространств над полем GF(2) [Электронный ресурс] // Тезисы докладов межд. конференции «Мальцевские чтения». 2019. С. 192. Режим доступа: http://www.math.nsc.ru/conference/malmeet/20/maltsev20.pdf

УДК 512.54.01

Классы Леви квазимногообразий нильпотентных ступени не выше двух групп экспоненты p^s с коммутантом экспоненты p

В.В. Лодейщикова[1], С.А. Шахова[2]

[1]Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, [2]Алтайский государственный университет, г. Барнаул

В работе изучаются классы Леви квазимногообразий, "близких" к квазимногообразию qH^{p^s}, среди которых удалось обнаружить континуум различных квазимногообразий, класс Леви каждого из которых совпадает с $L(qH^{p^s})$.

Ключевые слова: *квазимногообразие, класс Леви, нильпотентная группа*.

Классом Леви, порождённым классом групп M, называется класс $L(M)$ всех групп, в которых нормальное замыкание каждого элемента принадлежит M.

Пусть K^{p^s} – квазимногообразие 2-ступенно нильпотентных групп экспоненты p^s с коммутантом экспоненты p, в которых элементы порядков меньших p^s содержатся в центре группы, а N^{p^s} – подквазимногообразие квазимногообразия K^{p^s}, состоящее из всех групп, в которых невозможно извлечение корня p-й степени из произвольного неединичного коммутатора, где p – простое число, $p \neq 2, s \geq 2$ и $s > 2$ при $p = 3$.